

## 9. PLANIMETRIA – zadania

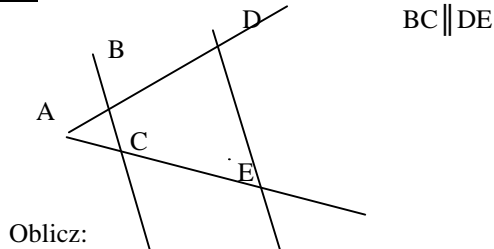
Zad.9.1. Czy boki trójkąta mogą mieć długości:

- a) 3,6,10    b) 5,8,10

Zad.9.2. Dwa kąty trójkąta mają miary:  $35^\circ, 40^\circ$ . Jaki to trójkąt: ostrokątny, prostokątny, czy rozwartokątny?

Zad.9.3. Kat między ramionami trójkąta równoramiennego ma  $40^\circ$ . Jakie miary mają kąty przy podstawie?

Zad.9.4.



Oblicz:

- a)  $|AB|$  jeśli  $|AC|=12; |CE|=8; |BD|=6$   
b)  $|AD|$  jeśli  $|AB|=9; |AC|=12; |AE|=24$   
c)  $|BC|$  jeśli  $|AB|=2; |AD|=3; |DE|=7$

Zad.9.5. W parku rośnie 500 - letnia jodła. W słoneczny dzień rzuca ona cień o długości 32 metry. W tym samym czasie słup o wysokości 1,2 m rzuca cień o długości 0,8m. Oblicz wysokość jodły.

Zad.9.6. Czy trójkąt o danych bokach jest prostokątny:

- a) 3,4,6    b)  $\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{15}}{2}$

Zad.9.7. Wiedząc, że  $z$  jest długością przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego, natomiast  $x, y$  są długościami przyprostokątnych, oblicz:

- a)  $z$  jeśli  $x=8; y=6$   
b)  $y$  jeśli  $z=2\sqrt{13}; x=6$   
c)  $x$  jeśli  $z=0,5; y=0,4$

Zad.9.8. Oblicz wysokość trójkąta równoramiennego spadającą na podstawę długości  $8cm$  i ramieniu  $5cm$ .

Zad.9.9. W trójkącie prostokątnym kąt ostry ma  $45^\circ$ . Oblicz przeciwprostokątną trójkąta, jeśli przyprostokątna jest równa  $3\sqrt{2}$ .

Zad.9.10. W trójkącie równoramiennym kąt między ramionami jest prosty. Oblicz obwód trójkąta, jeśli podstawa jest równa  $10cm$ .

Zad.9.11. W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma  $10cm$ , a jedna z przyprostokątnych stanowi 80% przeciwprostokątnej. Oblicz pole trójkąta.

Zad.9.12. Rozwiąż trójkąt prostokątny mając dane:

- przeciwprostokątną równą 17 i kąt  $30^\circ$
- przyprostokątną równą  $\sqrt{5}$  i leżący naprzeciw niej kąt  $45^\circ$
- przyprostokątne równe  $\sqrt{6}; \sqrt{2}$
- przyprostokątną równą  $\sqrt{6}$  i przeciwprostokątną  $2\sqrt{3}$ .

Zad.9.13. W trójkącie prostokątnym oblicz długość przeciwprostokątnej wiedząc, że przyprostokątna wynosi 12, a kąt naprzeciw niej  $30^\circ$ .

Zad.9.14. W trójkącie prostokątnym jeden z kątów ostrych jest równy  $30^\circ$ , a przeciwprostokątna ma 18. Oblicz obwód trójkąta.

Zad.9.15. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego jest równa 30, a tangens jednego z kątów ostrych tego trójkąta jest równy 2,4. Oblicz pole tego trójkąta.

Zad.9.16. Oblicz obwód trójkąta równoramiennego wiedząc, że kąt między ramionami ma  $120^\circ$ , a wysokość poprowadzona z wierzchołka tego kąta jest równa 19cm.

Zad.9.17. Jakie pole ma trójkąt równoboczny o obwodzie 27 cm.

Zad.9.18. Jaki obwód ma trójkąt równoboczny o wysokości  $12\sqrt{3}$  cm.

Zad.9.19. Wysokość trójkąta równobocznego jest krótsza od jego boku o 1 cm. Jaką długość ma bok tego trójkąta?

Zad.9.20. Pole trójkąta równobocznego jest równe  $2\sqrt{3}cm^2$ . Oblicz promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.

Zad.9.21. Oblicz bok trójkąta równobocznego wiedząc, że promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy  $5\sqrt{3}$  cm.

Zad.9.22. Oblicz pole trójkąta o bokach 3,6,7.

Zad.9.23. Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 32 cm. Podstawa trójkąta jest o 2 cm dłuższa od ramienia. Oblicz pole i wysokości tego trójkąta.

Zad.9.24. Ramię trójkąta równoramiennego ma 15 cm i tworzy z podstawą kąt  $30^\circ$ . Oblicz pole tego trójkąta.

Zad.9.25. W trójkącie równoramiennym suma długości ramienia i wysokości opuszczonej na podstawę jest równa 4, a kąt przy podstawie jest równy  $30^\circ$ . Oblicz obwód i pole trójkąta.

Zad.9.26. W trójkącie prostokątnym równoramiennym wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego ma 10cm. Oblicz pole tego trójkąta.

Zad.9.27. W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma 10cm, a przyprostokątna  $5\sqrt{3}$  cm. Oblicz pole tego trójkąta.

Zad.9.28. Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 48 cm. Oblicz pole tego trójkąta wiedząc, że jego podstawa ma 16 cm.

Zad.9.29. W prostokącie stosunek nierównoległych boków jest równy 1, a przekątna ma  $6\sqrt{2}$  cm. Oblicz pole prostokąta.

Zad.9.30 Oblicz przekątną kwadratu wiedząc, że

- a) bok kwadratu ma  $\sqrt{7}$  cm
- b) obwód kwadratu ma 6 cm
- c) pole kwadratu jest równe  $20 \text{ cm}^2$ .

Zad.9.31. Oblicz przekątną prostokąta wiedząc, że jeden bok ma 6 cm, a drugi:

- a) jest o 3 cm dłuższy
- b) jest dwa razy krótszy
- c) stanowi  $33\frac{1}{3}\%$  danego boku

Zad.9.32. Z dwóch trójkątów równobocznych o obwodzie  $12\sqrt{3}$  każdy złożono romb. Oblicz długości przekątnych i obwód rombu.

Zad.9.33. Oblicz promień koła opisanego na prostokącie o bokach 4 cm i 8 cm .

Zad.9.34. W trapezie równoramiennym ramię jest dwa razy krótsze od górnej podstawy, a dolna podstawa jest o 11 cm dłuższa od ramienia. Oblicz wysokość trapezu wiedząc, że jego obwód jest równy 36 cm .

Zad.9.35. W rombie kąt ostry ma  $60^\circ$  . Oblicz krótszą przekątną, jeżeli dłuższa przekątna ma 12 cm .

Zad.9.36. W trapezie równoramiennym ramię tworzy z podstawą kąt  $45^\circ$  . Oblicz wysokość trapezu i dłuższą podstawę, jeżeli krótsza postawa ma 5 cm, a ramię 10 cm .

Zad.9.37. Jeden z boków prostokąta ma  $5\sqrt{3}$  cm, a przekątna 10 cm . Oblicz obwód prostokąta i kąty, jakie przekątna tworzy z bokami prostokąta.

Zad.9.38. Boki prostokąta mają 8 cm i  $8\sqrt{3}$  cm . Oblicz kąty, jakie tworzą przekątne prostokąta.

Zad.9.39. W trapezie prostokątnym dłuższa przekątna ma 16 cm i tworzy z dłuższą podstawą kąt  $60^\circ$  . Oblicz podstawy tego trapezu, wiedząc, że krótsza przekątna ma 14 cm .

Zad.9.40. Obwód prostokąta jest równy 44 cm . Szerokość prostokąta stanowi  $\frac{4}{7}$  jego długości.

Oblicz pole prostokąta .

Zad.9.41. Oblicz pole prostokąta, jeżeli przekątna ma 12 cm, a kąt jej nachylenia do jednego z boków prostokąta ma  $60^\circ$  .

Zad.9.42. Oblicz obwód prostokąta , jeżeli przekątna ma 12 , a jej kąt nachylenia do jednego z boków prostokąta ma  $60^\circ$  .

Zad.9.43. Oblicz pole prostokąta, w którym przekątna wynosi 8 , a kąt między przekątnymi jest równy  $120^\circ$  .

Zad.9.44. Promień okręgu wpisanego w kwadrat jest równy  $4\sqrt{2}$  cm . Oblicz pole kwadratu.

Zad.9.45. Promień okręgu opisanego na kwadracie jest równy 6 cm . Oblicz pole kwadratu.

Zad.9.46. Wysokości równoległoboku są równe 12 cm i 9 cm, a jego pole  $36 \text{ cm}^2$  . Oblicz obwód równoległoboku.

Zad.9.47. Obwód równoległoboku jest równy 66 cm, jeden bok jest  $2\frac{2}{3}$  razy krótszy od drugiego. Oblicz pole tego równoległoboku wiedząc, że jeden z jego kątów jest równy  $120^\circ$ .

Zad.9.48. Oblicz pole rombu, którego bok ma 13 cm, a krótsza przekątna jest równa 10 cm.

Zad.9.49. W rombie dłuższa przekątna ma 8 cm, a kąt rozwarty wynosi  $120^\circ$ . Oblicz pole i obwód rombu.

Zad.9.50. Obwód rombu jest równy 20 cm, a jedna z przekątnych ma 6 cm. Oblicz pole i wysokość rombu.

Zad.9.51. Obwód rombu jest równy 32 cm. Jedna z przekątnych rombu równa się bokowi. Oblicz pole i kąty rombu.

Zad.9.52. Stosunek długości przekątnych rombu jest równy  $1:\sqrt{3}$ . Oblicz kąty rombu.

Zad.9.53. Kąt ostry rombu ma  $45^\circ$ , a wysokość 1. Oblicz obwód rombu i tangens kąta, jaki tworzy jego krótsza przekątna z dłuższym bokiem.

Zad.9.54. W rombie dłuższa przekątna wynosi 8, a kąt rozwarty ma  $120^\circ$ . Oblicz pole i wysokość rombu.

Zad.9.55. Dłuższa podstawa trapezu równoramiennego ma 16 cm, ramię 6 cm, a kąt ostry  $60^\circ$ . Oblicz pole i obwód tego trapezu.

Zad.9.56. W trapezie równoramiennym podstawy mają 15 cm i 9 cm, a ramię 5 cm. Oblicz pole trapezu.

Zad.9.57. W trapezie równoramiennym ramię i krótsza podstawa mają po 4 cm. Dłuższa podstawa jest o 100% dłuższa od ramienia. Oblicz pole tego trapezu.

Zad.9.58. W trapezie prostokątnym wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta rozwartego dzieli ten trapez na kwadrat i trójkąt równoramienny. Oblicz pole tego trapezu wiedząc, że nieprostokątne ramię jest równe 8 cm.

Zad.9.59. Krótsza przekątna dzieli trapez prostokątny na dwa trójkąty, z których jeden jest równoboczny. Oblicz pole trapezu wiedząc, że jego wysokość ma  $5\sqrt{3}$  cm.

Zad.9.60. Krótsza przekątna trapezu prostokątnego dzieli go na dwa trójkąty, z których jeden jest równoramienny o kącie  $30^\circ$  przy podstawie. Oblicz obwód trapezu wiedząc, że krótsza przekątna wynosi 2.

Zad.9.61. Krótsza przekątna o długości 6 dzieli równoległobok o kącie  $45^\circ$  na dwa trójkąty prostokątne. Oblicz obwód i pole tego równoległoboku.

Zad.9.62. W trapezie prostokątnym dłuższa przekątna ma 16 i tworzy z dłuższą podstawą kąt  $60^\circ$ . Oblicz pole tego trapezu, wiedząc, że krótsza podstawa wynosi 14.

Zad.9.63. W trapezie podstawy mają 8 i 4. Kąty, jakie tworzą ramiona z dłuższą podstawą mają  $30^\circ$  i  $45^\circ$ . Oblicz ramiona trapezu.

Zad.9.64. W koło o obwodzie  $14\pi$  cm wpisano kwadrat. Oblicz pole tego kwadratu.

Zad.9.65. Oblicz stosunek pola koła wpisanego do pola koła opisanego na kwadracie.

Zad.9.66. Znajdź promień okręgu wpisanego w romb o polu  $6\text{ cm}^2$  i kącie ostrym  $30^\circ$ .

Zad.9.67. Na sześciokącie foremnym opisano okrąg i w ten sam sześciokąt wpisano okrąg. Oblicz pole sześciokąta foremnego, jeżeli pole powstałego pierścienia jest równe  $4\pi$ .

Zad.9.68. W trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych 3 i 4 oblicz :

- promień okręgu opisanego na tym trójkącie,
- promień okręgu wpisanego w ten trójkąt,
- długość wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego.

Zad.9.69. Wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego trójkąta prostokątnego dzieli przeciwprostokątną na odcinki długości 1 i 2. Oblicz długości boków tego trójkąta.

Zad.9.70. Suma długości boku kwadratu i jego przekątnej jest równa 1. Oblicz pole i obwód kwadratu.

Zad.9.71. Ramiona trapezu mają długości 4 i 8, a obwód trapezu jest równy 30. Oblicz długość odcinka łączącego środki ramion tego trapezu.

Zad.9.72. Promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny jest równy  $6\sqrt{3}$ . Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie. Pole i obwód tego trójkąta.

Zad.9.74. Pole trójkąta jest równe  $25\sqrt{3}$ , a jego obwód  $20 + 10\sqrt{3}$ . Oblicz długość okręgu wpisanego w ten trójkąt.

Zad.9.75. Podstawy trapezu równoramiennego opisanego na kole mają długości 12 i 18. Oblicz pole i obwód trapezu oraz pole koła na którym opisano trapez.

Zad.9.76. Jaką wysokość musi mieć trapez równoramienny o podstawach  $a$  i  $4a$ , aby można było w ten trapez wpisać okrąg? Odpowiedź uzasadnij.

Zad.9.77. W okrąg o promieniu 5 wpisano trójkąt równoramienny. Oblicz długości boków tego trójkąta, jeśli kąt przy wierzchołku ma miarę  $120^\circ$ .

Zad.9.78. W trapezie równoramiennym krótsza podstawa ma długość 2, przekątna 10, a wysokość jest równa 6. Oblicz obwód i pole tego trapezu.

Zad.9.79. Kąt między przekątnymi prostokąta ma miarę  $60^\circ$ . Jeden z boków prostokąta jest o 2 dłuższy od drugiego. Oblicz pole koła opisanego na tym prostokącie.

Zad.9.80. Różnica między promieniem okręgu opisanego na kwadracie a promieniem okręgu wpisanego w kwadrat jest równa 3. Oblicz pole kwadratu.

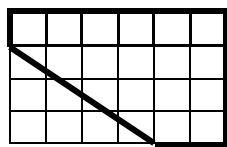
Zad.9.81. Na rombie opisano okrąg o promieniu 3. Oblicz długość boku tego rombu.

Zad.9.82. Oblicz stosunek pola koła opisanego na sześciokącie foremnym do pola koła wpisanego w ten sześciokąt.

Zad.9.83. Długości boków równoległoboku są równe 6 i 10, a jego pole wynosi 36. Oblicz długości przekątnych tego równoległoboku.

Zad.9.84. Samolot lecący na wysokości 9000 cm z prędkością 720 km/godz. Przelatuje dokładnie nad wieżą. W jakiej odległości od wieży będzie znajdował się samolot po upływie minuty? Wysokość wieży należy zaniedbać.

Zad.9.85. Powierzchnia działki , której granice zostały zaznaczone na mapie (rys.) jest równa 18 arów.  
Znajdź skalę mapy. Oblicz, ile metrów siatki należy zakupić , aby ogrodzić tę działkę.



Na mapie kratka jest kwadratem o boku 0,5 cm

Zad.9.86. Kolejka toczy się po torach w kształcie okręgu. Rozstaw szyn jest równy 4 cm . Podczas jednego pełnego okrążenia lewe kółko wagonu wykonało o dwa obroty więcej niż prawe. Oblicz średnicę kółek wagonu.

### ODPOWIEDZI:

Zad.9.1. a) nie b) tak

Zad.9.2. rozwartokątny

Zad.9.3. po  $70^\circ$

Zad.9.4. a)  $|AB|=9$  b)  $|AD|=18$  c)  $|BC|=4\frac{2}{3}$

Zad.9.5. 48 m

Zad.9.6. a) nie b) tak

Zad.9.7. a)  $z=10$  b)  $y=4$  c)  $x=0,3$

Zad.9.8. 3 cm

Zad.9.9. 6 cm

Zad.9.10.  $10\sqrt{2}+10$  cm

Zad.9.11.  $24\text{ cm}^2$

Zad.9.13.  $c=24$

Zad.9.14.  $Ob=27+9\sqrt{3}$

Zad.9.15.  $P=\frac{27000}{169}$

Zad.9.16.  $38(2+\sqrt{3})\text{ cm}$

Zad.9.17.  $\frac{81\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^2$

Zad.9.18. 72 cm

Zad.9.19.  $4+4\sqrt{3}$  cm

Zad.9.20.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  cm

Zad.9.21. 15 cm

Zad.9.22.  $P=4\sqrt{5}$

Zad.9.23.  $P=48\text{ cm}^2; h_1=8\text{ cm}; h_2=h_3=9,6\text{ cm}$

Zad.9.24.  $\frac{225\sqrt{3}}{4}\text{ cm}$

Zad.9.25.  $P=\frac{16\sqrt{3}}{9}; Ob=\frac{16+8\sqrt{3}}{3}$

Zad.9.26.  $100\text{ cm}^2$

Zad.9.27.  $\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

Zad.9.28.  $64\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Zad.9.29.  $36 \text{ cm}^2$

Zad.9.30. a)  $\sqrt{14} \text{ cm}$  b)  $\frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$  c)  $2\sqrt{10} \text{ cm}$

Zad.9.31. a)  $3\sqrt{13} \text{ cm}$  b)  $3\sqrt{5} \text{ cm}$  c)  $2\sqrt{10} \text{ cm}$

Zad.9.32.  $d_1 = 4\sqrt{3} \text{ cm}$   $d_2 = 12 \text{ cm}$   $Ob = 16\sqrt{3} \text{ cm}$

Zad.9.33.  $2\sqrt{5} \text{ cm}$

Zad.9.34.  $4 \text{ cm}$

Zad.9.35.  $4\sqrt{3} \text{ cm}$

Zad.9.36.  $h = 5\sqrt{2} \text{ cm}$   $a = 5(1 + 2\sqrt{2}) \text{ cm}$

Zad.9.37.  $Ob = 10(1 + \sqrt{3}) \text{ cm}$   $\alpha = 30^\circ; \beta = 60^\circ$

Zad.9.38.  $120^\circ; 60^\circ$

Zad.9.39.  $8 \text{ cm}$  i  $2 \text{ cm}$

Zad.9.40.  $112 \text{ cm}^2$

Zad.9.41.  $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Zad.9.42.  $Ob = 12 + 12\sqrt{3}$

Zad.9.43.  $P = 16\sqrt{3}$

Zad.9.44.  $128 \text{ cm}^2$

Zad.9.45.  $72 \text{ cm}^2$

Zad.9.46.  $14 \text{ cm}$

Zad.9.47.  $108\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Zad.9.48.  $120 \text{ cm}^2$

Zad.9.49.  $P = \frac{32\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^2$   $Ob = \frac{32\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

Zad.9.50.  $P = 24 \text{ cm}^2$   $h = 4,8 \text{ cm}$

Zad.9.51.  $P = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2; 60^\circ; 60^\circ; 120^\circ; 120^\circ$

Zad.9.52.  $\alpha = 60^\circ, \beta = 120^\circ$

Zad.9.53.  $Ob = 4\sqrt{2}; \text{tg} \alpha = \sqrt{2} + 1$

Zad.9.54.  $P = \frac{32\sqrt{3}}{3}; h = 4$

Zad.9.55.  $P = 39\sqrt{3} \text{ cm}^2; Ob = 38 \text{ cm}$

Zad.9.56.  $48 \text{ cm}^2$

Zad.9.57.  $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Zad.9.58.  $48 \text{ cm}^2$

Zad.9.59.  $\frac{75\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

Zad.9.60.  $Ob = 3 + 3\sqrt{3}$

Zad.9.61.  $Ob = 12 + 12\sqrt{2}; P = 36$

Zad.9.62.  $P = 88\sqrt{3}$

Zad.9.63.  $c = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}; d = 4\sqrt{3} - 4$

Zad.9.64.  $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Zad.9.65.  $\frac{1}{2}$

Zad.9.66.  $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$

Zad.9.67.  $24\sqrt{3}$

Zad.9.68. a)  $R = 2\frac{1}{2}$  b)  $r = 1$  c)  $h = 2\frac{2}{5}$

Zad.9.69.  $a = \sqrt{3}; b = \sqrt{6}; c = 3$

Zad.9.70.  $P = 3 - 2\sqrt{2}; Ob = 4\sqrt{2} - 4$

Zad.9.71.  $x = 9$

Zad.9.72.  $R = 12\sqrt{3}; P = 324\sqrt{3}; Ob = 108$

Zad.9.74.  $Ob = 20\pi\sqrt{3} - 30\pi$

Zad.9.75.  $P = 90\sqrt{6}; Ob = 60; P_k = 54\pi$

Zad.9.76.  $h = 2a$

Zad.9.77.  $5,5,5\sqrt{3}$

Zad.9.78.  $Ob = 16 + 12\sqrt{2}, P = 48$

Zad.9.79.  $P = 4\pi + 2\pi\sqrt{3}$

Zad.9.80.  $P = 108 + 72\sqrt{2}$

Zad.9.81.  $3\sqrt{2}$

Zad.9.82.  $\frac{4}{3}$

Zad.9.83.  $d_1 = 2\sqrt{10}; d_2 = 2\sqrt{58}$

Zad.9.84. 15 km

Zad.9.85. skala mapy 1:2000 , siatki należy zakupić 180 m

Zad.9.86. 2 cm